「補足。

(1)について。

$$\begin{cases} l_1 : y = p_1x + q_1 \\ l_2 : y = p_2x + q_2 \end{cases}$$

で、連立して交点を考える。

$$p_1x + q_1 = p_2x + q_2$$

$$\Leftrightarrow (p_1 - p_2)x = q_2 - q_1$$

$q_1 = q_2$のとき $(p_1 - p_2)x = 0$.

このときに $p_1 = p_2$であれば、

$$0 \cdot x = 0$$

となるので、すべての実数xにおいて、l_1とl_2は交点をもつ。このときも$l_1 /\!/ l_2$と表すことにする。

l_1とl_2が完全に一致する場合も、"平行である"という定義に含めているのです。こうしても、別にかまいません。

$p_1 \neq p_2$ならば、$x = \dfrac{0}{p_1 - p_2} = 0$.

で、l_1とl_2は原点でのみ交わり、平行ではない。

$q_1 \neq q_2$のとき $p_1 = p_2$であれば

$$0 \cdot x = q_2 - q_1$$

となり矛盾する。よって

"矛盾する"は、"このようなxは存在しない"ということです。つまり、"l_1とl_2は交点をもたない"ということであり、$l_1 /\!/ l_2$ です。

$p_1 \neq p_2$の場合を考えると、

$$x = \frac{q_2 - q_1}{p_1 - p_2}$$

となり、l_1とl_2はただ1つの交点をもつ。よって平行ではない。」